

Tonk y la concepción semanticista del significado



Natalia Mariana Bucar

Universidad de Buenos Aires – Buenos Aires Logic Group, Argentina

Recibido 20/1/ 2018; aceptado el 5/3/ 2018.

Resumen

En este trabajo retomo la discusión en torno a la conectiva *tonk* y reseño brevemente las respuestas que se han ofrecido al desafío que ella plantea. Discuto críticamente el supuesto generalizado de que *tonk* representa un problema únicamente para el inferencialismo lógico; exploro y propongo contrapartes de *tonk* para aquellas teorías semánticas que dan cuenta del significado de las expresiones lógicas en términos de condiciones de verdad.

Palabras clave

Inferencialismo lógico
tonk
constantes lógicas
semanticismo

Tonk and the model-theoretic conception of meaning

Abstract

In this paper I recall de discussion around *tonk* and summarize the answers that have been offered to it. I critically discuss the idea that *tonk* is a problem exclusive for an inferentialist approach to the meaning of logical constants and explore what would *tonk* look like for a truth-conditional approach.

Keywords

logical inferentialism
tonk
logical constants
model-theoretic semantics

I. Tonk contra el inferencialismo lógico

En el ámbito de la filosofía de la lógica existen dos grandes perspectivas teóricas que dan cuenta del significado de las constantes lógicas. Por un lado, el inferencialismo lógico desarrollado en el marco de la Teoría de la prueba. Por otro, la llamada concepción semanticista del significado de las expresiones lógicas que se inscribe en la Teoría de modelos. De acuerdo con la primera perspectiva, el modo de fijar el significado de las expresiones lógicas es mediante inferencias o reglas de inferencia.¹ De acuerdo con la segunda, establecer el significado de las expresiones lógicas consiste en especificar las condiciones de verdad de las oraciones en que estas ocurren.

En su célebre nota de 1960, Arthur Prior formuló un argumento en contra de la primera perspectiva. Este argumento puede reconstruirse como una reducción al

1. Por ejemplo, mediante reglas de introducción y eliminación de una expresión lógica dentro de un sistema de Deducción natural o mediante reglas de introducción a izquierda y derecha en un Cálculo de secuentes.

absurdo. Supongamos que es cierto que basta fijar reglas de inferencia para dotar de significado a una expresión lógica, supongamos también las siguientes dos reglas de introducción y eliminación para una conectiva binaria *tonk*:

$$\frac{A}{A \text{ tonk } B} [\text{tonk I}] \qquad \frac{A \text{ tonk } B}{B} [\text{tonk E}]$$

Ahora bien, en el marco de un sistema de deducción natural resulta sencillo probar que:

$$\frac{\frac{A}{A \text{ tonk } B} [\text{tonk I}]}{B} [\text{tonk E}]^2$$

2. Las reglas y derivación en un cálculo de secuentes lucen así:

$$\frac{\frac{\frac{\Gamma \vdash A}{\Gamma \vdash A \text{ tonk } B, \Delta} [\text{tonk R}]}{\Gamma, B \vdash \Delta} [\text{tonk L}]}{\Gamma, A \text{ tonk } B \vdash \Delta} [\text{Ref.}]$$

$$\frac{\frac{A \vdash A} {A \vdash A \text{ tonk } B} [\text{tonk R}]}{A \vdash B} [\text{Trans.}]$$

Esto es, es posible construir una derivación de $A \vdash B$, para cualesquiera formulas A y B . Dado que la incorporación de la conectiva *tonk* así definida conduce a trivializar el sistema, el supuesto inicial queda refutado. Se concluye que no es cierto que las reglas de inferencia sirvan para fijar el significado de las expresiones lógicas.

Así entendido, *tonk* pondría en cuestión lo que puede considerarse la tesis semántica del inferencialismo lógico, aquella que afirma que el significado de las constantes lógicas se fija mediante reglas de inferencia. Ahora bien, cuando Prior presenta su argumento, explícitamente señala que *tonk* prueba que lo que está mal es la “tesis de la validez analítica”. Esta tesis, que retoma la idea de verdad analítica, establece que la validez de las inferencias lógicas depende únicamente del significado de las expresiones lógicas que en ellas ocurren. Y esto es algo que efectivamente ha sido supuesto en el argumento anterior, i.e., que no solo basta fijar reglas para dotar de significado a las expresiones lógicas, basta fijar reglas para validar inferencias (en efecto, estas fueron empleadas a lo largo de la derivación anterior), en términos más generales, para dar con una noción de validez que será analítica en tanto solo depende del significado del vocabulario lógico.

Lo que *tonk* probaría entonces es que hay algo errado en la combinación de estas dos tesis. Desde ya esto abre distintas posibilidades en relación con la fuente de error, pero no exploraré aquí este punto. Lo que me interesa señalar es que el caso de *tonk* ha sido interpretado, incluso por los mismos defensores del inferencialismo lógico, como un escollo a superar propio de esta perspectiva y del cual el semanticismo resulta ileso. En algún sentido *tonk* mostraría que este esquema no es autosuficiente, no basta con fijar reglas para tener expresiones significativas y/o una noción de validez (y de consecuencia lógica) aceptable.

Esta interpretación del desafío que plantea *tonk* ha motivado un amplio desarrollo teórico orientado a encontrar algún criterio adicional, formulable en términos de Teoría de la prueba, que permita seleccionar un sub-conjunto de las reglas de inferencia posibles.³ En la siguiente sección presento de modo resumido los más relevantes criterios propuestos. En la tercera sección analizo las razones por las cuales *tonk* no representaría un problema para una aproximación al significado en términos de condiciones de verdad y destaco algunos supuestos subyacentes a esta convicción. Luego, en la cuarta sección considero la conectiva *knot* que ha sido propuesta por Button (2016) como contraparte semanticista de *tonk*. Destaco allí que *knot* no es un buen candidato para desempeñar ese rol, pues se trata de una conectiva que al ser incorporada a un sistema consistente no lo trivializa. La discusión llevada adelante pone de relieve que presentar un sistema lógico en el marco de la Teoría de modelos o en el de la Teoría de la prueba conlleva precisar elementos teóricos y técnicos muy diversos. Atendiendo a ello, en la quinta sección,

3. En palabras de Wansing (2006: 653): “The example of Prior’s connective *tonk* shows that on pain of triviality, not just any set of inference rules defines a logical operation.” Por lo tanto, “Proof-theoretic semantics based on inference rules in natural deduction or sequent calculi as meaning assignments therefore is a non-trivial research programme insofar as a class of acceptable meaning assignments (definitions) must be singled out”.

formulo una versión de *tonk* dentro del marco semanticista que sí posee el efecto trivializador pretendido. Finalmente, en la última sección, destaco la relevancia que tiene *tonk* a la hora de poner en evidencia los compromisos filosóficos que subyacen en la construcción de sistemas de lógica.

II. Algunas respuestas

En esta sección reseñaré muy brevemente algunas de las soluciones que se han ofrecido al problema de *tonk*, como criterios que permitan seleccionar reglas que logran definir expresiones y dar con una noción de validez adecuada.

Conservatividad

Belnap (1962) reconoce que no todas las definiciones en términos reglas de inferencia funcionan, pero advierte que eso no significa que las reglas en general fracasen en definir expresiones lógicas. Su moraleja de la nota de Prior es que es posible definir los conectivos en términos de reglas, del papel que desempeñan como premisas y conclusión; sin embargo, esas definiciones no proceden *ab initio* sino en términos de un contexto de deducibilidad dado previamente. Por lo tanto, cualquier definición nueva debe ser coherente con los compromisos previos sobre dicho contexto. La noción de extensión conservativa sirve para precisar el requisito de consistencia con supuestos anteriores. Brevemente, la adición de una expresión lógica a un lenguaje y la extensión del sistema resultante de la incorporación de las reglas que rigen esas expresiones, no deberían llevarnos a probar fórmulas expresables en el idioma original que antes no podían ser demostradas. El problema con *tonk* es que sus consecuencias son inconsistentes con algunas suposiciones previas y, por ello, su incorporación genera una extensión no conservativa. Ahora bien, de haber sido diferentes las cosas: "If we had initially allowed A-B(!), there would have been no objection to *tonk*, since the extension would then have been conservative. Also, there would have been no inconsistency had we omitted from our characterization of deducibility the rule of transitivity" (Belnap, 1962: 133). Asimismo, Belnap incluye como requisito adicional el de unicidad.⁴

4. Para una caracterización del criterio de unicidad véase Humberstone (2011: §4.3).

Otros autores han retomado y desarrollado la propuesta de Belnap. Greg Restall (2010) parte de los criterios formulados por Belnap, lo que cuenta como una constante lógica y como una definición legítima es relativo algunos compromisos relacionados con la inferencia; y agrega que también es relativo a la sintaxis del lenguaje bajo consideración, i.e., a cómo construimos oraciones del lenguaje en cuestión, como así también a la forma en que combinamos las oraciones en un diálogo. Si la adición de un nuevo conectivo choca con esos compromisos, podemos rechazar esas reglas o modificar nuestras suposiciones originales.

La propuesta de Belnap también ha sido elaborada por Ripley (2015), quien señala que el significado de las expresiones lógicas está dado por el rol que desempeñan en los argumentos válidos, más específicamente, por el papel que desempeñan como premisas y conclusión de argumentos válidos. El autor adopta un cálculo de secuentes como marco, ya que sus reglas de izquierda y derecha son vistas como la forma más transparente de mostrarnos tal comportamiento. En segundo lugar, haciendo hincapié en la sugerencia de Belnap de que validez precede a significado, señala que las reglas operacionales no cubren todo lo que necesitamos saber sobre la validez (ni siquiera cuentan la historia completa del conectivo que definen), el concepto de validez no depende únicamente de nuestra estipulación de una serie de reglas inferenciales. En consecuencia, debemos comenzar dando una teoría de la validez apropiada, es decir, una teoría sustantiva de lo que significa "┆". Esto lo

conduce, partiendo de una teoría bidimensionalista que toma de Restall, a rechazar corte como propiedad estructural por no estar requerida por la noción de consecuencia. Entonces, cuando nos enfrentamos a resultados indeseables (trivialidad), la respuesta es: conserve *tonk*, descarte corte. Así, *tonk* no es interpretada como un contraejemplo de las tesis inferencialistas, sino de corte. *Tonk* resulta ser una expresión significativa pues la extensión que resulta de incorporarla es conservativa una vez que corte está fuera de la escena.

Inversión

Otra alternativa es la desarrollada por Dag Prawitz quien siguiendo la sugerencia de Gentzen de que las introducciones representan las definiciones de los símbolos y las eliminaciones son, en algún sentido, consecuencias de estas definiciones”, afirma en una serie de textos (1971, 1973, 1974, 1985, 2005, 2006 entre otros) que solo ciertas inferencias son responsables de fijar el significado de las expresiones lógicas, a saber: “The view that I am taking is that the introductions represent what we may call the canonical ways of inferring a sentence. Other ways of inferring a sentence have to be justified by reducing them to the canonical ways” (Prawitz, 2006: 510). Por lo tanto, no todas las inferencias, sino solo las introducciones, son responsables de determinar el significado de las expresiones lógicas. Las eliminaciones deben ajustarse al significado fijado de esa manera, y así pueden justificarse en términos de las reglas de introducción. Prawitz da una explicación detallada de cómo procede esa justificación. El problema con *tonk* es que su regla de eliminación no puede ser justificada por su regla de introducción. Las reglas deben satisfacer lo que él llamó, siguiendo a Lorenzen, un principio de inversión, y *tonk* no satisface dicho principio.

Armonías

Por último, Michael Dummett (1991) impone ciertas restricciones que las reglas deben cumplir para conferir significado y las subsume bajo el término “armonía”. Sin embargo, la “armonía” en el trabajo de Dummett se dice de diferentes maneras. En un sentido, coincide con la demanda de extensión conservativa formulada por Belnap. En otro, tiene que ver con la propuesta de Prawitz; capta la idea de que para conferir significado, ambos aspectos del uso del término deben estar en armonía: las razones para afirmar algo y las consecuencias a las que tenemos derecho por haberlo afirmado. Finalmente, un tercer sentido de “armonía” exige que las pruebas en el sistema extendido sean normalizables, es decir, que las fórmulas máximas sean eliminables. Estos diferentes sentidos de “armonía” no son necesariamente coextensivos, pero Dummett (1991) los analiza en detalle y los motiva a partir de consideraciones generales sobre el lenguaje y el significado.

Stephen Read (2010) reconceptualiza algunos aspectos de la propuesta dummetiana para dar un criterio que permita delimitar las reglas que efectivamente confieren significado dejando fuera a las reglas que caracterizan a *tonk*. El criterio que propone es *General Elimination Harmony* (GEH). Este criterio no garantiza que el sistema resultante de la incorporación de reglas sea normalizable, ni que sea una extensión conservativa, ni que sea consistente. Lo que garantiza es que las reglas de eliminación no hagan ni más ni menos que aquello que está justificado por las de introducción, garantiza la coherencia entre las reglas de introducción y eliminación. En la misma línea que Gentzen, la totalidad de las reglas de introducción para una expresión lógica ofrecen las bases para la afirmación de las oraciones que la contienen, y por lo tanto sirve para definir su significado. Ese significado justifica las inferencias hechas a partir de tales oraciones mediante la aplicación de sus correspondientes reglas de eliminación. Con este punto de partida, se da una forma general para las reglas de eliminación, de ahí el nombre *GEH*.

III. ¿Por qué *tonk* no representaría una amenaza para el proyecto semanticista?

El breve resumen anterior de las distintas respuestas ofrecidas al desafío planteado por *tonk* refleja cierta preocupación generalizada en torno a esta conectiva por parte de los defensores del inferencialismo lógico. La situación no se replica para la corriente semanticista. *Tonk* no parece constituir una amenaza para quienes creen que el significado de las expresiones lógicas está dado por condiciones de verdad. ¿Por qué? Sencillamente, porque no es posible definir en términos de condiciones de verdad esa conectiva.

¿Qué querría decir “definir en términos de condiciones de verdad *tonk*”? Desde Stevenson (1961) en adelante esto se ha interpretado como encontrar una función de verdad que valide simultáneamente ambas reglas, esto es, una función tal que $A \models A \text{ tonk } B$ y $A \text{ tonk } B \models B$.⁵

Sin embargo, como advierte Stevenson, esto es imposible. No hay modo de validar simultáneamente la regla de introducción y de eliminación de *tonk*. Para que la regla de introducción resulte preservadora de verdad se requiere que toda valuación que asigne verdad a *A* (ya sea que atribuya verdad a *B* o que la vuelva falsa) también asigne verdad a $A \text{ tonk } B$. Por su parte, para que la regla de eliminación resulte preservadora de verdad, toda valuación que haga verdadera a $A \text{ tonk } B$ ha de asignar verdad también a *B*. Ambos requisitos resultan ser incompatibles.

A	B	$A \text{ tonk } B$
1	1	1 (I tonk)
1	0	1 (I tonk) / 0 (E tonk)
0	1	
0	0	0 (E tonk)

Esto parece indicar que no hay una contraparte de *tonk* desde la perspectiva modeloteórica. Sin embargo, tal contraparte podría tener otra apariencia. En las siguientes secciones consideraré algunas alternativas, pero antes quisiera destacar algunos supuestos que subyacen a este análisis.

De acuerdo con lo anterior definir *tonk* en términos de condiciones de verdad consiste en dar con una función de verdad que valide simultáneamente sus reglas de introducción y eliminación.

En términos generales, implica exigir a *ambas* reglas de inferencia que satisfagan un criterio, el cual se especifica como *preservación de verdad*. Nótese que la demanda de que las reglas han de satisfacer un criterio puede ser interpretada como la demanda de que la adición de reglas a un sistema no entre en conflicto con compromisos anteriores sobre la noción de consecuencia lógica, similar al “contexto de deducibilidad” en el que reparaba Belnap. Una vez establecido un patrón de inferencia, cualquier adición al vocabulario debe ajustarse a ese patrón.

Más aún, ese contexto se especifica de una manera particular: Stevenson elige la preservación de la verdad, pero, por supuesto, hay otras opciones disponibles. Esto se asemeja a las propiedades estructurales que, según Belnap y sus seguidores, especifican ese contexto.

El último requisito es que las reglas satisfagan esos criterios específicos simultáneamente. Como Stevenson notó, es posible asociar a cada una de las reglas una tabla

5. En palabras de Wansing (2006: 654): “What does it mean to add tonk to a logic *A*? We shall assume that the relation \vdash is defined by a natural deduction (sequent) calculus. If $A = (\mathcal{L}, \vdash)$, by the addition of tonk to *A* we shall understand the addition of the above natural deduction (sequent) rules (or single premise or single conclusion versions of the sequent rules) to the proof system of *A*. If $A = (\mathcal{L}, \models)$, then by the addition of tonk to we shall mean that a semantical (algebraic or model-theoretic) interpretation of tonk has been provided such that the natural deduction (sequent) rules for tonk are sound: $A \models (A \text{ tonk } B)$ and $(A \text{ tonk } B) \models B$ ($\wedge \Delta \wedge$) $\models (A \text{ tonk } B)$ and $(A \text{ tonk } B) \models \vee \Delta \vee A$.”

de verdad de modo tal de volver a la regla en cuestión preservadora de verdad, sin embargo, no es posible que ambas coincidan. Hay un tipo de armonía exigida aquí entre las dos reglas, si queremos que definan la misma conectiva, entonces deben poder articularse correctamente, armónicamente.

Las preguntas obvias que surgen aquí son: ¿Qué razones tenemos para exigir todo esto? El sentido de requisitos tales como la conservatividad, la armonía y la disputa sobre las reglas estructurales han recibido extenso tratamiento entre inferencialistas y existe alrededor de ellas una historia filosófica. De alguna manera, creo, esta historia no ha sido exigida al semanticista.

En conclusión, así como el inferencialista tiene que formular restricciones adicionales para deshacerse de *Tonk*, el semanticista también lo hace. Más aún, estas restricciones tienen cierto parecido de familia. Que estemos más acostumbrados a unas que a otras no es, a primera vista, una justificación para ellas o al menos un remedio contra la demanda de tal justificación.

En términos más específicos, la exigencia de que las reglas resulten ambas válidas implica, entre otras cosas, asumir un contexto bivalente, precisar la semántica de las expresiones lógicas en términos de funciones (y no, por ejemplo, de relaciones), elegir solo el valor 1 como valor designado, asumir una noción de consecuencia lógica transitiva. Cook (2005) mostró que si se alteran esas decisiones, *tonk* puede ser incorporado sin conflicto alguno. El autor presenta una lógica *Tonk* que no es, según él, completamente *ad hoc* (pues su relación de consecuencia puede motivarse independientemente de *tonk*); y donde *tonk* puede ser incorporado como un conectivo legítimo. La idea de incorporar *tonk* es la misma que en Stevenson; significa encontrar una tabla de verdad que valide simultáneamente las reglas de introducción y eliminación de *tonk* formuladas en deducción natural. Resulta entonces que *tonk* puede definirse y tiene significado de acuerdo con los estándares semánticos. El truco aquí es alterar decisiones anteriores. La lógica *Tonk* posee cuatro valores de verdad, las interpretaciones se ofrecen como relaciones en lugar de funciones, y la noción de consecuencia no es, simplemente, la preservación de la verdad de premisas a conclusión. Dado esto, las reglas de *tonk* resultan válidas y el sistema resultante no es trivial. Más aún, en Buacar (2016), he presentado una lógica de dos valores que logra el mismo efecto.

En cualquier caso, esto solo muestra que es necesario incorporar restricciones para afirmar que *tonk* no puede definirse en términos de condiciones de verdad, sin embargo, no muestra que pueda incorporarse una conectiva así definida y que tenga el efecto trivializador que tiene su incorporación en el ámbito de la Teoría de la prueba.

IV. *Tonk* o *Knot*

Podríamos pensar entonces que una expresión del tipo *tonk* no es un conectivo definido por las reglas habituales, sino otra cosa. Seguramente, un semanticista no se sienta cómodo asumiendo que lo que identifica a un conectivo como tal son sus reglas de introducción y eliminación. Alternativamente, una versión semanticista de *tonk* podría ser una expresión lógica definida en términos de condiciones de verdad que cuando se la incorpora a un lenguaje causa algún tipo de problema. Este supuesto subyace al intento de Tim Button (2016) de mostrar que los semanticistas se enfrentan a su propio *tonk* y que no están en mejor situación que los inferencialistas.

Para llevar a cabo esa tarea, el autor parte de una lógica que, según el autor, define la lógica proposicional clásica, aunque a primera vista luce diferente. Esta lógica cuenta

con cuatro valores {1, a, b, o}, con una noción de consecuencia que toma 1 como valor designado, e incluye en su lenguaje las conectivas \neg , \wedge , \vee , \rightarrow que son definidas del siguiente modo:

	\neg		\wedge	1	a	b	o		\vee	1	a	b	o		\rightarrow	1	a	b	o	
1	o	1	1	a	b	o	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	a	b	b	b
a	b	a	a	a	o	o	a	1	a	1	a	a	1	1	b	b	1	a	1	a
b	a	b	b	o	b	o	b	1	1	b	b	b	1	1	b	b	1	1	1	1
o	1	o	o	o	o	o	o	1	a	b	o	o	1	a	b	o	1	1	1	1

Luego, introduce *knot*, un conectivo unario que intercambia valores no clásicos, pero no altera los valores clásicos.

	α
1	1
a	b
b	a
o	o

La introducción de tal expresión a la lógica presentada como un cálculo de secuencias, lleva a la violación de cuatro principios lógicos comunes: reemplazo de equivalentes, introducción de \rightarrow a derecha (que se puede leer como fallo de la introducción del condicional en un cálculo de deducción natural), introducción de \vee a izquierda (que puede considerarse igualmente como un fallo de la eliminación de \vee), e introducción de \neg a derecha (que puede contar como un fallo de la introducción de \neg)⁶.

El diagnóstico de Button es que *tonk* y *knot* plantean desafíos similares. *Tonk* es un conectivo que posee reglas de inferencia bien especificadas, pero causa problemas, por lo que obliga al inferencialista a especificar algunos requisitos sobre las reglas para seleccionar aquellas que sí logran asignar significados adecuados. De manera similar, *knot* es un conectivo que implementa funciones semánticas perfectamente especificadas, pero causa problemas, por lo que obliga al semanticista a agregar algunos requisitos sobre las funciones de verdad para seleccionar aquellas que logran asignar significados adecuados.

Button concluye que es un empate, semanticistas e inferencialistas están en problemas por igual. Sin embargo, eso es debatible. Tal como el propio autor admite, *knot* es "menos horrible" que *tonk*. ¿Por qué? Debido al tipo de problemas que causan una y otra conectiva. *Tonk* trae consigo trivialidad, que, como todas estarían de acuerdo, es intolerable. La adición de *Knot*, por otro lado, no trivializa el sistema, simplemente lo debilita.⁷

V. *Tonk* y *Tonkt*

La discusión a propósito de *Tonk* revela un punto importante. Brevemente, que en diferentes marcos teóricos, el trabajo arduo es realizado por diferentes elementos. Y, como era de esperarse, lo que está haciendo el trabajo arduo es aquello que puede generar problemas.

Una lógica puede ser definida de diferentes maneras. Desde la perspectiva de la Teoría de la Prueba, siguiendo la notación de Wansing (2006), definir una lógica implica especificar un lenguaje y una noción de consecuencia: $\Lambda = (\mathcal{L}, \vdash)$

6. Los ejemplos que utiliza el autor para mostrar que estos principios son violados son los siguientes: tómesse las fórmulas p y αp que son lógicamente equivalentes en tanto que $p \models \alpha p$ y $\alpha p \models p$, sin embargo, se verifica que $\models p \rightarrow p$ pero no vale $\models p \rightarrow \alpha p$, de modo que reemplazo de equivalentes no se satisface. El fallo de introducción del condicional a derecha se advierte observando que $p \models \alpha p$ pero no así $p \models p \rightarrow \alpha p$. Asimismo, dado que vale $p \models p \rightarrow \alpha p$ y $\neg p \models p \rightarrow \alpha p$, pero no $p \vee \neg p \models p \rightarrow \alpha p$, no se satisface introducción de la disyunción a izquierda. Por último, tampoco la introducción de la negación a derecha pues: $\neg(p \rightarrow \alpha p) \models \perp$, pero no se da que $\models \neg \neg(p \rightarrow \alpha p)$.

7. Para Button de un modo inaceptable: "logics lacking all four principles are extremely weak; too weak, I think, for us to want to use them" (Button, 2016: 10) Además de alterar el significado previamente aceptado de las expresiones lógicas del lenguaje al que *knot* se incorpora.

8. Más específicamente, este es el caso de las presentaciones de deducción natural. En una presentación en secuentes, existe la necesidad de estipular axiomas y reglas estructurales, además de las operacionales.

Donde $\vdash \subseteq L \times L$ o $\vdash \subseteq \mathcal{P}(L) \times L$ o $\vdash \subseteq \mathcal{P}(L) \times \mathcal{P}(L)$, $\mathcal{P}(L)$ es el conjunto potencia de L y se especifica mediante reglas de inferencia.⁸ Como hemos visto, esto basta para dar significado a las expresiones lógicas -para establecer cómo han de ser utilizadas dentro del sistema-, y para dar con un conjunto de inferencias válidas. Por supuesto, caben decisiones aquí con respecto a qué reglas deben incluirse.

Desde una perspectiva modelo-teórica, definir una lógica involucra definir tres elementos: $\Lambda = (\mathcal{L}, \mathcal{J}, \models)$

En este caso, para desarrollar un sistema lógico a partir de un lenguaje, se deben hacer dos cosas. Por un lado, conferir significado a las expresiones a través de la especificación de interpretaciones; por otro, estipular una noción particular de consecuencia. Estas dos tareas se realizan por separado, y cada una de ellas implica varias decisiones relacionadas con el aparato semántico.

9. Desde ya, también son necesarias algunas indicaciones en relación a cómo ha de ser leída.

En el enfoque inferencialista, y más claramente, en un marco de Deducción natural, las reglas de inferencia son, en algún sentido, superpoderosas: dan significado, generan inferencias y, a partir de ello, una noción de validez y consecuencia lógica.⁹ Además, por supuesto, pueden causar problemas; *tonk* es una prueba de eso. Las reglas son suficientes para obtener significado y consecuencias, aunque pueden no ser suficientes para ofrecer buenas nociones de consecuencias o expresiones lógicas que valgan la pena. Si queremos obtener buenos resultados, debemos ser cuidadosos en la selección de reglas e imponer ciertas restricciones. De lo contrario, corremos el riesgo de obtener demasiado. A su vez, si imponemos restricciones demasiado estrictas, obtendremos muy poco. En un extremo, la lógica es trivial, en el otro, no valida nada en absoluto, en ambos casos el sistema resultante podría ser inútil. ¿Dónde pararse entre estos dos extremos? ¿Qué tipo de consideraciones cuentan como razones para una selección en particular?

Lo mismo ocurre desde un enfoque modelo teórico, una lógica así definida puede tener deficiencias semejantes. Es importante recordar que en este marco no basta con especificar las condiciones de verdad de las expresiones lógicas para obtener una noción de consecuencia. No solo para obtener inferencias válidas, para obtener inferencias, es necesario especificar una relación de consecuencia. Sin ello, no hay inferencia alguna, y por supuesto, no hay riesgo de obtener demasiadas inferencias. Entonces, si *tonk* representa el problema de introducir un componente a nuestro sistema que nos permita inferir demasiado, ese problema no tiene sentido sino hasta que se haya estipulado una relación de consecuencia.

He sugerido que *tonk* puede entenderse como un conectivo que cuando se agrega a una lógica, lo trivializa. Notamos que la adición de conectivos tiene diferentes efectos en diferentes contextos. En el contexto de condiciones de verdad, si tomamos la lógica proposicional clásica y agregamos una función de verdad, eso obviamente no conducirá a trivialidad. Dado que esa lógica es absolutamente consistente, hay un conjunto de fórmulas Γ y una fórmula B tal que: $\Gamma \not\models B$. En otras palabras, existe una valuación V tal que $V(A) = 1$ para cada fórmula A que pertenece a Γ y tal que $V(B) = 0$, y donde ni A ni B contienen esa nueva conectiva. Por supuesto, esto no cambiará simplemente agregando una nueva expresión lógica con su correspondiente interpretación. Como hemos visto en la estrategia de Button, mantener la noción de consecuencia lógica clásica y agregar un nuevo conectivo, lejos de trivializar el sistema original, lejos de agregar nuevas inferencias válidas en el vocabulario antiguo, tiene el efecto de restringir los argumentos que ya resultaban válidos.

Sin embargo, esto no significa que el efecto de trivialización no se pueda lograr. Al analizar los tratamientos anteriores de *tonk*, insistí en resaltar el trabajo realizado

por la noción de consecuencia lógica. Como vimos con Cook (2005), la posibilidad de definir *tonk* en términos de condiciones de verdad depende de las decisiones que se tomen en torno a la noción de consecuencia. Por lo tanto, es aquí a donde debemos centrar nuestra atención si queremos ampliar el conjunto de inferencias válidas. Básicamente, podemos especificar diferentes nociones de consecuencia (y diferentes requisitos semánticos), y obtendremos diferentes resultados, para bien o para mal. Más específicamente, cuáles sean las inferencias válidas que obtengamos dependerá de la dupla conectivas-consecuencia que elijamos. Así, alcanza con estipular una relación de consecuencia dentro de un marco bivalente de una de las siguientes maneras para causar problemas:

$\Gamma \models_1 B$ para cualquier conjunto de fórmulas Γ y cualquier fórmula B .

$\Gamma \models_2 B$ sii $V(A) = V(B)$ o $V(A) \neq V(B)$ para alguna fórmula $A \in \Gamma$.

$\Gamma \models_3 B$ sii para toda valuación V , si $V(A)=1$ para toda fórmula $A \in \Gamma$, entonces $(V(B)=1$ o $V(B)=0)$

También es posible generar problemas mediante el agregado de vocabulario lógico. Considérese un conectivo binario *tonkt* que se agrega de modo usual al lenguaje L de un sistema no trivial especificando sus reglas de formación, en un marco muy simple de dos valores con el vocabulario habitual, pero con la siguiente noción de consecuencia:

$\Gamma \models_4 B$ sii para toda valuación V , si $V(A)=1$ para toda fórmula $A \in \Gamma$, entonces $V(B)=1$ o $A \text{ tonkt } B \in L$.

\models_4 nos dará solo el conjunto de inferencias válidas clásicas si el lenguaje no contiene la conectiva *tonkt*, si se lo incluye, la noción de consecuencia se vuelve trivial pues la fórmula $A \text{ tonkt } B$ ha sido definida en el lenguaje para cualesquiera dos fórmulas A y B . Sin embargo, podría objetarse que \models_4 no fue definida en términos auténticamente semánticos. Defínase ahora a *tonkt* del siguiente modo:

$V(A \text{ tonkt } B) = 0$ si $V(A) = V(B)$ o $V(A) \neq V(B)$.

E incorpórese a una lógica con la siguiente noción de consecuencia:

$\Gamma \models_5 B$ sii para toda valuación V , si $V(A)=1$ para toda fórmula $A \in \Gamma$, entonces $V(B)=1$ o $V(C \text{ tonkt } D)=0$ para cualesquiera fórmulas C y D de L .

En \models_5 la incorporación de *tonkt* vuelve trivial el sistema pues la conectiva *tonkt* ha sido definida de modo tal que recibirá valuación cero para cualesquiera dos fórmulas que combine, verificándose así la condición impuesta en la noción de consecuencia.¹⁰ Podría pensarse que no es precisamente el conectivo el problema; sin embargo, la relación de consecuencia funciona bien hasta su incorporación. Los problemas parecen surgir cuando ambos elementos interactúan.

Como he insistido, hay diferentes elementos que son cruciales en la construcción de una lógica en el marco semanticista y las adiciones o cambios que se introduzcan pueden resultar problemáticos. Vimos que era posible definir en términos de condiciones de verdad *tonk* si se revisaba la noción de consecuencia pues ambas reglas resultaban válidas. Sin embargo, eso no podía contar como un verdadero *tonk* que desafiara al semanticismo, porque su incorporación no tenía efecto trivializador alguno. Los esfuerzos de Button por diseñar un *tonk* para el semanticismo tampoco lograron ese efecto; por el contrario, condujo a

10. Nótese que precisamente por tratarse de una noción de consecuencia trivial satisface las propiedades estructurales usuales.

rechazar algunas inferencias (y meta-inferencias). Finalmente, ofrecí una manera de lograr el efecto indeseado deseado, la estrategia consistió en alterar la noción de consecuencia de un modo específico.

El semanticista seguramente responda que esas relaciones de consecuencia (con ese vocabulario) son claramente inadecuadas, que cualquiera que las entienda puede ver eso, simplemente porque permiten inferir cualquier cosa de cualquier cosa. Eso es correcto, pero lo mismo vale para el inferencialista. Cualquiera que entienda *tonk* en un marco transitivo habitual puede ver que es un mal conectivo, precisamente porque nos permite inferir cualquier cosa (incluso si pudiéramos delinear razones adicionales que den cuenta de por qué es una mala conectiva).

Por lo tanto, existe una contraparte de *tonk* para la semanticista, es posible definir una conectiva *tonkt* en términos de condiciones de verdad que al ser incorporada a una lógica no trivial, la vuelve trivial.

En este caso *tonk* luce diferente, pero eso era de esperarse ya que esta forma de presentar la lógica y las herramientas utilizadas son diferentes. Tal vez, en lugar de pensar en *tonk* como un conectivo que cuando se agrega produce trivialidad, podemos pensar en términos más generales como aquellas adiciones a la lógica que la trivializan,¹¹ o incluso en términos aun más generales, como aquellas decisiones relativas a una lógica que la vuelven trivial, o, más aún, como decisiones relativas a la lógica que nos dan una lógica que no queremos.

11. Esto se alinea con la insistencia de Ripley (2015) sobre las similitudes entre *tonk* y el predicado veritativo.

VI. El auténtico desafío

Entonces, en general, *tonk* representa el riesgo de obtener demasiado o muy poco, de obtener algo que no queremos. La pregunta obvia es: ¿qué queremos y por qué razones? ¿Dónde pararse entre estos dos extremos? ¿Qué tipo de consideraciones funcionan como razones para una selección en particular? *Tonk* revela el alcance y los límites de nuestros sistemas de lógica y nos obliga a explicitar y dar cuenta de las decisiones que tomamos. Su riqueza radica en enfrentarnos a problemas filosóficos profundos.

Podemos pensar una lógica en términos generales, como una relación de dos lugares cuyos relata son, por un lado, un conjunto de oraciones (a saber, las premisas) y una oración (a saber, la conclusión).¹² Al menos hay dos perspectivas que podemos adoptar a partir de aquí, perspectivas que pueden considerarse ortogonales a la disputa semanticismo - inferencialismo. Retomando una distinción sugerida por Frege y caracterizada explícitamente por Van Heijenoort (1967): la lógica puede ser concebida como un cálculo o como un lenguaje.

12. O conjunto de ellas.

Muy brevemente, podemos pensar en una lógica como un cálculo, como un objeto formal, y podríamos estar interesadas en definir y estudiar diferentes conjuntos de inferencias válidas y sus propiedades. Quizás, incluso si adoptamos esta perspectiva, puede haber buenas razones para preferir evitar los extremos, el de una lógica trivial y el de una vacía.

Si asumimos que una lógica ha de permitirnos distinguir lo que es válido de lo que no es válido, un sistema trivial es algo que se debe evitar. Esto se puede parafrasear como la idea de que una lógica implica alguna normatividad. Queremos hacer algunas distinciones, al menos en algún nivel inferencial, no todo puede estar bien. En ese sentido, *tonk* puede ser un problema incluso desde esta perspectiva.

Por otro lado, también podemos rechazar una lógica que no valida inferencia alguna. Algo tiene que ser válido; algo tiene que seguirse de algo, al menos en algún nivel inferencial, si lo que se está definiendo es una relación de consecuencia lógica. Normalmente, queremos que nuestra lógica declare que al menos algunas inferencias son válidas. Por más que se conciba a la lógica como un cálculo, suele pretenderse que esos cálculos logren aplicarse a algún ámbito y esto no parece resultar posible con una lógica vacía, o al menos, no parece ser interesante.

Independientemente de si se adopta una perspectiva semanticista o inferencialista, hay ciertas cosas que podríamos esperar de cualquier lógica, incluso si se la concibe como un mero cálculo. Esto se puede reflejar en el requisito que propone Wansing y que puede formularse como un requisito mínimo para una lógica: $\mathcal{G} := \{\Lambda \vdash \neq \emptyset \ \& \ \exists A \exists B A \neq B\}$

Por lo tanto, *tonk* puede ser un problema incluso desde la perspectiva de la lógica como un cálculo, podríamos tener razones para evitar decisiones que terminarían en la trivialización de una lógica. Sin embargo, hay muchas maneras de deshacerse de *tonk*; hay muchísimas lógicas que logran evitar estos extremos. ¿Dónde debemos parar? Aún dentro de esta perspectiva, podríamos tener algunos criterios para elegir una noción de consecuencia más o menos estricta (y, consecuentemente, un conjunto de inferencias válidas). La decisión puede basarse en la posesión de ciertas propiedades formales, pero por supuesto, ello nos compromete con una explicación de esas propiedades formales y con ofrecer razones para exigir las. Esto solo tiene sentido sobre la base de un marco filosófico más amplio. Normalmente esas razones dependen del enfoque semántico adoptado, ya sea semanticista, inferencialista u otro. Además, estas razones revelan profundos compromisos filosóficos. También puede haber otro tipo de consideraciones para inclinarnos por una lógica, aquellas que tienen que ver con la aplicabilidad de los sistemas lógicos. Podríamos querer aplicar un sistema a un área específica del lenguaje, de conocimiento, a algún proceso, o cualquier uso que podamos imaginar. Eso podría darnos razones adicionales para preferir algunas características de la relación de consecuencia. Es importante notar que bajo esta lectura, este tipo de consideraciones solo tienen un impacto en nuestra evaluación de la aplicabilidad de la lógica y no en la consideración de la lógica como tal.¹³

13. Barrio (2018) ilustra una posición de este tipo.

Un enfoque alternativo supone concebir a la lógica como algo más que un mero cálculo. Esta puede entenderse como un intento de sistematizar, organizar y entender nuestro lenguaje o parte de él. Si la lógica está intrínsecamente vinculada con el lenguaje, si su propósito es contribuir a una mejor comprensión de algunas partes de nuestro lenguaje (y esto no constituye una mera aplicación ulterior posible), es posible que tengamos preocupaciones diferentes.

Sea cual sea el enfoque semántico que adoptemos, podemos desarrollar diferentes sistemas, diferentes relaciones de consecuencia y lenguajes formales, y hacerlos precisos en términos puramente técnicos. Y, con suficiente creatividad, podemos incorporar conectivas de diferente tipo y dar con variados conjuntos de inferencias válidas. Sin embargo, lo que efectivamente ha de contar como una noción apropiada de consecuencia o como una expresión significativa, no es algo que pueda ser respondido por esos tecnicismos. Allí es donde se requiere algún tipo de desarrollo filosófico que permita dar sentido a la selección de un conjunto de reglas o de un conjunto de valuaciones y de la especificación de una noción de consecuencia lógica. Ciertamente, no todas las expresiones o nociones de validez significativas sirven para ayudar a entender nuestro lenguaje o algunas partes de él. Estas cuestiones no pueden ser respondidas por las reglas mismas, ni por una combinación de condiciones de verdad y una especificación de una relación de consecuencia. Estas dudas requieren una respuesta de naturaleza filosófica, sin importar si es de corte semanticista o inferencialista.

Ahora bien, cuando se les pregunta por las razones que apoyan la selección de ciertas reglas por sobre otras, los inferencialistas tienen una historia (o, como vimos en la segunda sección, varias historias) que contar. Por un lado, existe una fuente invaluable de razones proporcionadas por la práctica lingüística. Por otro, hay razones conceptuales relacionadas con la inferencia, la consecuencia y su normatividad. Sin duda, hay una vasta literatura sobre este tema.

La historia que respalda las restricciones impuestas desde la perspectiva semanticista no es tan clara. La respuesta podría ser: preservación de la verdad. Pero desde una perspectiva filosófica eso no es suficiente. ¿Por qué restringimos a un marco bivalente? ¿Por qué deberíamos aceptar el criterio de preservación de verdad y no otro? Hablar de preservación de la verdad supone que lo que realmente se exige es la preservación de la verdad bajo una forma lógica. Y obviamente, el concepto de forma lógica no es fácil. Aún más, el concepto de verdad es en sí mismo problemático y hay demasiadas lógicas que proponen otros patrones inferenciales, como para simplemente ignorarlas. Desde ya, puede haber una historia interesante y convincente para contar aquí, tan solo señalo que sería bueno escucharla.¹⁴

14. De hecho, se ha desarrollado una interesante discusión dentro de esta perspectiva pero específicamente en relación a operadores modales. Para una discusión acerca de la interpretación filosófica de los operadores modales basada en Barrio E. A. 1999. Indexicalidad y realismo modal. *Cuadernos de Filosofía*. Nro. 45, 49-67, ver Di Leo, J. M. (2017). Actualidad, indexicalidad y estatus ontológico. *Cuadernos de Filosofía*, Nro. 67-68, 115-124. Toranzo Calderón, J. S. (2017). Posiciones infundadas en la polémica sobre Mundos Posibles. *Cuadernos de Filosofía*. Nro. 67-68. 125-131. Cuenca, A. (2017). Indexicalidad y "mundo actual". *Cuadernos de Filosofía*. Nro. 67-68, 132-138 y Vazquez, O. (2017). Sobre la existencia de los mundos posibles. *Cuadernos de Filosofía*. Nro. 67-68, 139-144.

Bibliografía

- » Belnap, N. (1962). Tonk, Plonk and Plink. *Analysis*, 22, (6), 130-134. DOI: 10.1093/analys/22.6.130
- » Barrio, E. (2018). Models & Proofs: LFIs without a Canonical Interpretation. *Principia*, 22, 87–112. DOI: 10.5007/1808-1711.2018v22n1p87
- » Buacar, N. (2016). What cannot be wrong with tonk. Inferentialism and tonk: the bigpicture (Trabajo inédito). Presentado en el V Workshop on Philosophical Logic, BA-LogicGroup. SDAF, Buenos Aires.
- » Button, T. (2016) Knot and Tonk: Nasty connectives on many-valued truth-tables for classical sentential logic. *Analysis*, 76,(1), 7-19. 10.1093/analys/anv106
- » Cook, R. (2005). What's wrong with tonk(?). *Journal of Philosophical Logic*, 34, (2), 217-226. DOI: 10.1007/s10992-004-7805-x
- » Dummett, M. (1991). *The Logical Basis of Metaphysics*. London: Duckworth.
- » Gentzen, G. (1969). Investigations into logical deduction. En Szabo M.E. (Ed.). *The collected papers of Gerhard Gentzen (68–131)*. North-Holland, Amsterdam.
- » Humberstone, L. (2011). *The Connectives*. Cambridge: MIT Press, §4.3.
- » Kremer, M. (1988). Logic and meaning: the philosophical significance of the sequent calculus. *Mind*, 97, (385), 50–72. DOI: 10.1093/mind/XCVII.385.50
- » Prawitz, D. (1965). *Natural Deduction. A Proof-Theoretical Study*. Estocolmo: Almqvist & Wiksell.
- » Prawitz, D. (1971). Ideas and Results in Proof Theory. En J. E. Fenstad (Ed.). *Proceedings of the 2nd Scandinavian Logic Symposium (Oslo 1970) (235-308)*. Amsterdam, North Holland.
- » Prawitz, D. (1973). 'Towards a Foundation of a General Proof Theory. En P. Suppes et al. (Eds.). *Logic, Methodology, and Philosophy of Science IV (225-250)*. Amsterdam, North Holland.
- » Prawitz, D. (1974). On the Idea of a General Proof Theory. *Synthese*, 27, 63-77. DOI: 10.1007/BF00660889,
- » Prawitz, D. (1985). Remarks on some approaches to the concept of logical consequence. *Synthese*, 62, (2), 153-171.
- » Prawitz, D. (2005). Logical consequence: a constructivist view. En S. Shapiro (Ed.), *The Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic (671-713)*. New York: Oxford University Press.
- » Prawitz, D. (2006). Meaning Approached via Proofs. *Synthese*, 148, (3), 507-524. DOI: 10.1007/s11229-004-6295-2
- » Prior, A. (1960). The Runabout Inference-Ticket. *Analysis*, 21, (2), 38-39. DOI: 10.1093/analys/21.2.38
- » Read, S. (2008). Harmony and modality. En C. Dégremon, L. Kieff & H. Rückert (Eds.). *Dialogues, Logics and Other Strange Things: Essays in Honour of Shahid Rahman (285-303)*. London: College Publications.
- » Read, S. (2010). General-Elimination Harmony and the Meaning of the Logical Constants. *Journal of Philosophical Logic*, 39, (5), 557-576. DOI: 10.1007/s10992-010-9133-7

- » Restall, G. (2010). Proof Theory and Meaning: the context of deducibility. En F. Delon, U. Kohlenbach, P. Maddy y F. Stephan (Eds.). *Logic Colloquium 2007*, Cambridge University Press, 204-219.
- » Ripley, D. (2015). Anything goes. *Topoi*, 34, (1), 25–36. DOI: 10.1007/s11245-014-9261-8
- » Steinberger, F (2011). What Harmony Could and Could Not Be. *Australasian Journal of Philosophy*, 89,(4), 617-639. DOI: 10.1080/00048402.2010.528781
- » Stevenson, J. (1961). Roundabout the runabout inference - ticket. *Analysis*, 21, (6), 124-128. DOI: 10.1093/analys/21.6.124
- » Van Heijenoort, J. (1967). Logic as Language and Logic as Calculus. *Synthese*, 17, 324-330. DOI: 10.1007/BF00485036
- » Wansing, H. (2006). Connectives stranger than tonk. *Journal of Philosophical Logic*, 35, 653-660. DOI: 10.1007/s10992-006-9025-z