Relación con el saber y recursos matemáticos de adultos que inician la escolaridad primaria

Claudia Broitman
UNLP

Resumen

En este artículo se presentan algunos resultados de un estudio de casos realizado en la Ciudad de Buenos Aires dirigido a conocer la relación con el saber matemático de alumnos adultos que recién inician o reinician su escolaridad primaria y sus conocimientos sobre la numeración y las operaciones. Un marco teórico en el que se apoyó este estudio ha sido la *Relación con el Saber* de Charlot (1991). También se han tomado los aportes de la *Didáctica de la Matemática* francesa, en particular de las teorías de Brousseau (1986) y Vergnaud (1990).

Entre los principales hallazgos encontramos que las razones que llevan a los alumnos adultos a ir a la escuela y a estudiar matemáticas no refieren exclusivamente a un sentido utilitario. Por el contrario, la escuela es vivida como un lugar de profunda transformación personal.

Relevamos una gran disponibilidad de conocimientos aritméticos. Por ejemplo, leen y escriben números de varias cifras, resuelven problemas que involucran la posicionalidad del sistema de numeración y disponen de variadas estrategias de cálculo mental.

Los resultados obtenidos permiten discutir perspectivas didácticas vigentes en la enseñanza de la matemática a adultos y constituyen puntos de partida para el diseño y estudio de situaciones de enseñanza.

Palabras clave

Adultos
Escuela primaria
Matemática
Relación con el saber

Abstract

This article presents the results from a series of case studies performed in the City of Buenos Aires aimed to understand the relationship between the mathematical knowledge of adults who have just started or re-started their initial schooling and their knowledge about numbers and mathematical operations.

The theoretical framework that supports this study is the *Relationship with Knowledge* by Charlot (1991). It was also supported by the contributions of the french *Didactics of Mathematics*, in particular the theories of Brousseau (1986) and Vergnaud (1990).

Key words

Adults
Inicial schooling
Mathematics
Relationship with Knowledge

Amongst the main findings, the reasons why adults go to school to study math are not exclusively utilitarian. On the contrary, school is perceived as a place of profound personal transformation.

We have found that these adults have a great amount of arithmetic knowledge. For example, they write and read complex numbers, resolve problems involving positioning in the numerical system, and demonstrate various strategies of mental calculus.

The results of the study allow us to discuss the various perspectives of math teaching theories for adults and become a starting point for the design and study of different teaching contexts.

Introducción

Una de las funciones esenciales de la escuela es engarzar los conocimientos del alumno con los saberes culturalmente producidos. Esta problemática tiene una especificidad peculiar en el caso de los adultos que cargan sobre su historia con trayectorias escolares de asistencia interrumpida o abandono de la escuela debido a una inserción temprana en el mundo del trabajo.

En este artículo se presentan algunos resultados de una investigación[1] que ha tenido un doble propósito: indagar la relación con el saber matemático de alumnos adultos que recién inician o reinician su escolaridad primaria, y relevar sus conocimientos sobre la numeración y las operaciones. En términos más amplios la finalidad de este estudio ha sido aportar conocimientos sobre el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas de adultos y contribuir a investigaciones futuras que apunten al mejoramiento de la enseñanza del área con esta población.

Se trató de una investigación cualitativa de carácter exploratorio mediante un estudio de casos. Los cinco casos fueron seleccionados teniendo en cuenta diversos criterios que suponíamos podrían tener cierta influencia en los conocimientos disponibles y en los vínculos con el saber matemático: género, edad, desempeño laboral, asistencia previa a la escuela, familiares en edad escolar. La muestra quedó constituida por dos hombres y tres mujeres; sus edades variaban entre 18 y 54 años; dos de ellos no estaban alfabetizados; sus trabajos abarcaban servicio doméstico, actividad rural, albañilería, construcción, compra - venta y tareas administrativas; solo algunos habían asistido pocos meses o años a la escuela de niños o de adultos, y dos tenían hijos o nietos que asistían a la escuela.

Se utilizaron dos estrategias metodológicas: entrevistas y observaciones de clase. Los datos fueron tomados en un mismo grupo escolar de primer ciclo de una escuela de adultos de la Ciudad de Buenos Aires durante los primeros meses de clases de 2009. El corpus total de los datos abarca veinte entrevistas y ocho clases. Las primeras entrevistas con cada sujeto indagaron su historia escolar, las razones por las cuales asisten ahora a la escuela y su relación con las matemáticas. Las últimas entrevistas y las observaciones de clases buscaron relevar sus conocimientos sobre la numeración y las operaciones.

Un marco teórico que proporcionó herramientas conceptuales para estudiar las relaciones entre los sujetos y el saber matemático es la *Relación con el saber,* de Bernard Charlot (1997)[2]. Este autor analiza la insuficiencia de algunas interpretaciones reproductivistas que suponen casi predeterminado el fracaso en la escuela para los alumnos de sectores populares. Por ello se propone estudiar los éxitos o fracasos atípicos para

1. La investigación a la que se hace referencia se realizó en el marco de una tesis doctoral de la UNLP dirigida por Bernard Charlot y codirigida por Mirta Castedo.

2. La expresión “relación con el saber” aparece en Lacan en 1966 y es usada por Bourdieu y Passeron en 1970. Luego es tomada a partir de los años 1980 por Chevallard en el área de Didáctica de Matemática, por Charlot desde una perspectiva sociológica y por Beillerot y por Blanchard-Laville desde un abordaje más psicoanalítico (Charlot, 1997).

comprender los fenómenos que intervienen. Emplea el concepto "relación con el saber" que incluye una mirada sobre cómo el sujeto categoriza su mundo y le da un sentido personal a su experiencia escolar (Charlot, 2005). Esta perspectiva nos ha permitido mirar el tipo de vínculo que los adultos que inician la escuela primaria tienen con la matemática y qué significa para ellos ir a la escuela, saber y aprender.

De la *Didáctica de las Matemáticas* hemos tomado los aportes de la *Teoría de las Situaciones Didácticas* de Guy Brousseau (1986), en especial el concepto de devolución y la modelización sobre las condiciones didácticas para la producción de conocimientos matemáticos. La Teoría de los Campos Conceptuales de Vergnaud (1990, 1991) nos ha proporcionado un marco para seleccionar problemas matemáticos y sus variables didácticas.

En consonancia con las perspectivas mencionadas consideramos a las matemáticas como un producto cultural y social construido a través del trabajo humano al enfrentarse a diferentes clases de problemas y en permanente transformación. De allí que la enseñanza de las matemáticas no busca solamente transmitir conocimientos producidos, sino más ampliamente involucrar a los alumnos en la actividad matemática (Artigue, 1986; Charlot, 1991; Charnay, 1994). Adoptamos también las tesis centrales de la *Teoría de la Equilibración* de Piaget que explican el pasaje de un estado de menor conocimiento a otro de mayor conocimiento (Piaget, 1970; García, 2001).

Las relaciones con el saber

El concepto "relación con el saber" permite ampliar la mirada sobre los procesos particulares al preguntarse cómo cada sujeto construye su propia posición ante el saber. Metodológicamente los estudios de relación con el saber buscan conocer y comprender las lógicas personales desde las cuales los sujetos miran el mundo escolar. Un concepto central en esta teoría es el de *movilización*. La movilización implica la idea de movimiento desde el interior (a diferencia de la idea de motivación, que implica que el sujeto es motivado por alguien o algo desde el exterior). Movilizar implica poner los propios recursos en movimiento lo que implica investirse[3] a sí mismo. Charlot destaca la importancia de comprender los "móviles de la movilización", las razones que llevan a un sujeto a ponerse en movimiento y capturar cuál es el sentido que él mismo le otorga a esa actividad (sin desconocer que la escuela puede provocar o transformar la movilización) (Charlot, 1997).

En esta investigación algunas entrevistas buscan conocer las historias de vida y trayectorias escolares, las "historias matemáticas de vida"[4] de cada sujeto, sus concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, así como sus deseos actuales. Se analizaron diferentes categorías de la relación con el saber; entre otras: los móviles para estudiar y las personas decisivas en cada relación con el saber. Veamos algunos ejemplos.

Isabel no pretende tener una certificación de su escolaridad primaria. Tampoco refiere a un conocimiento que quiera aprender en la escuela y que precise para desenvolverse en su vida familiar o laboral ni estudia para obtener un trabajo mejor:

> *I: Es mejor cuando uno es joven y estudia porque es como que, eh... tenés más oportunidades, porque vos decís: "Bueno, estudio esto quizás, eh... me recibo y ya tengo cosas para emprender, tengo otros sueños, otras metas". Pero ahora yo lo único que quiero es, este... aprender.*

3. El concepto de investimiento originado en el psicoanálisis refiere al proceso de "cargar" un objeto o sujeto de un afecto positivo, de un plus que lo distingue. Investir implica otorgar un valor particular, positivo, que le da un sentido especial. Cuando se inviste a otro sujeto se le reconoce un poder. Charlot se refiere al proceso de investirse, es decir, empezar a reconocerse a sí mismo como alguien capaz, que puede aprender, fortalecido.

4. Esta expresión ha sido tomada de la Tesis de Maestría de Fernanda Delprato (2002).

Isabel se ha sentido excluida del mundo escolar tanto en su infancia como en la vida de adulta por no haber tenido las oportunidades que otros tuvieron:

> *I: Si hubiera tenido la oportunidad de estudiar, de ir a una secundaria, de ir, qué sé yo, a la UBA, como todos fueron a estudiar, eh... hubiera... me hubiera recibido de profesora de matemática porque es lo que más me gusta.*
> *I: No tuve la oportunidad de que nadie me diga: "Estudiá, seguí adelante, progresá".*

Ahora Isabel tiene la oportunidad de reparar su pasado. Es ella la que se dice: "estudiá" pero se ha encontrado con algunas figuras que también le señalan que ese es un buen lugar para ella. Dios mismo –piensa Isabel– la envía a estudiar.

> *I: Ella (la empleadora) me dijo que... que estaba bien lo que yo había empezado a hacer, irme a la escuela que... para hacer algo por mi vida, para no quedarme ahí estancada sin saber.*
> *I: Siempre que quiero abandonar (la escuela de adultos) Dios me manda a alguien que me dice "tenés que seguir".*

Hoy se otorga a sí misma el permiso y el derecho de estudiar negado y vulnerado durante su infancia. Por ello disfruta de la escolaridad y de todas las marcas de la cultura escolar. Esta clase de movilización nos permite desprendernos de un imaginario de asistencia a la escuela como medio para obtener "otra cosa", y pensar o comprender algunas trayectorias en las cuales la escuela es un fin en sí mismo, una vieja deuda con la propia historia.

Otros, como Claudio, mencionan el cambio de la vida rural a la vida urbana como bisagra para el estudio:

> *C: Estaba laburando y después anduve sembrando, y justo que empezaron a sembrar falleció una de mis sobrinitas, y bueno y ahí justo fue mi hermano de acá de Buenos Aires y él ya cuando dijo: "Yo cuando vaya a fin de año yo te traigo para que vengas a laburar".*

La vida urbana fue para Claudio provocadora de la necesidad de estudiar y posibilitadora de nuevos aprendizajes:

> *C: A mí yo porque en el Chaco nunca se me dio la ocasión de estudiar y, porque siempre trabajaba y qué sé yo, como más laburaba en el campo con los tractores, poco... o sea pocas ganas tenía, me gustaba más el laburo que el estudio... porque, o sea, me gustaba más porque no tenía tiempo tampoco para estudiar. Yo laburaba desde las cinco de la mañana hasta las once, las doce de la noche, hasta que cambiaba el turno trabajando con el tractor, y después adónde iba a estudiar a esa hora, y entonces bueno. Acá en Buenos Aires me cambió todo, laburo nueve horas y bueno, después las otras horas vengo a estudiar y después a descansar.*

Dice que a los siete años tomó la decisión de abandonar la escuela porque allí nada aprendía. En cambio aprendía en el campo donde se "defendía" con sus conocimientos:

> *C: Y nosotros en el Chaco aprendemos, quieras o no quieras, aprendés a la fuerza.*
> *C: Los de allá del Chaco, todos saben matemática, como te dije recién, sabemos matemática porque ese era el trabajo, defenderse nosotros con la matemática y es todo.*

Actualmente Claudio vive y trabaja en la ciudad donde ya "no se defiende".

> *C: Allá no se necesita tanto, pero acá me estoy dando cuenta que sí, la necesito un montón, con la... a la escuela la necesito más que nada.*
> *C: Si se da la ocasión, poder estudiar, estudiar lo que me gusta a mí. O sea, para defenderme un poquito en el trabajo que estoy haciendo.*

La escuela le abre puertas para ser - como él mismo dice en varias ocasiones - "un tipo que sabe", es decir, un hombre escolarizado y urbano.

> *C: Por ahí salgo de este trabajo, me voy a trabajar qué sé yo, en un supermercado o en cualquier otro trabajo, y te va a hacer falta esa parte.*
> *C: Un tipo que sabe mucho, como te puedo decir, un... cualquiera que sabe mucho de obra te va a dar ese cálculo.*
> *C: En el trabajo somos dos nomás, donde laburamos (...). Y bueno, el muchacho ese ya tiene secundario completo y ya sabe todo.*

Seguramente haya otros como Claudio que sienten que dominan los conocimientos necesarios para el mundo del trabajo rural pero enfrentados a las exigencias de la vida urbana empiezan a percibir sus recursos como insuficientes.

Alicia ha sido testigo externa de intercambios familiares en torno al mundo escolar, tanto entre sus hermanos en la casa paterna como en la cocina con los niños que cuidaba:

> *A: Tengo mis hermanos que sí fueron al colegio, que terminaron y todo eso, pero esos estaban con mi papá y mi madrastra. Y yo que estaba con mi mamá vine ya de grande y...*
> *A: Claro, porque yo siempre me sentaba con ellos, ellos siempre iban a la cocina, donde yo estaba siempre, en la cocina, donde está mi dormitorio y todo eso, y hacían, y yo siempre estaba con ellos. Porque la mamá venía retarde, y bueno era yo más la que estaba con ellos. No le podía enseñar por supuesto, porque sabían. Yo les preguntaba, no les enseñaba yo.*

En estas escenas Alicia "miraba de afuera" la escolaridad. Ahora relata con alegría escenas familiares en torno a las escuelas de su hijo y suya. Nos explica que estudia para ayudar a su hijo con las tareas escolares y a su marido con el kiosco:

> *A: Hace poquito abrimos un kiosco con mi marido, y dividir no lo sé hacer.*
> *A: Por ejemplo, si Martín (su hijo) el día de mañana me lleva una tarea, y yo no lo sé hacer...*
> *A: (Refiriéndose a su marido) Sí, me acuerdo que me dijo: "Dividido tanto", o habrá sido, estábamos un día a la noche y me dijo... estaba haciendo el presupuesto y me dijo: "Agarrá la calculadora y dividime tal cosa", y no... no lo supe hacer, entendés, como queriendo él que lo ayude en sus cosas y no lo supe hacer.*
> *A: Con mi hijo que... siempre te lo digo, que por él estoy estudiando, que no quiero que pase eso que yo no lo pueda ayudar no...*
> *A: Quisiera aprender lo que ellos dan, ¿no? para poder ayudarlo.*

Alicia, como Isabel, disfruta de ser ella esta vez quien asiste a la escuela. Pero su relación con el saber tiene también una dimensión ligada a los roles familiares: qué clase de madre y de esposa ha sido, es y quiere ser. La constitución de un nuevo aspecto de un rol familiar o el mejoramiento en la manera de ejercerlo podrían estar presentes en el deseo de otros adultos que asisten a la escuela.

Hemos compartido ejemplos de las íntimas razones que llevan a los adultos a la escuela. Como señala Charlot (2005), toda relación con el saber contiene una dimensión identitaria. Aprender tiene sentido en relación con la historia de vida del sujeto, con sus expectativas, sus antecedentes, la imagen que tiene de sí mismo y aquella que quiere dar a los otros. Las razones por las cuales asisten a la escuela no se restringen a un sentido utilitario. La escuela es vivida como un lugar de transformación personal.

Otro hallazgo de este estudio es que en sus historias de vida todos refieren hitos que produjeron rupturas en sus relaciones con el saber. Estos cambios vienen "de la mano" de interacciones con figuras que han sido decisivas: empleadores, monjas, instituciones o familiares que abrieron la puerta a nuevos deseos, que han confiado en sus capacidades, que los han estimulado a estudiar o les han exigido saber más. A veces se trata de pequeñísimos actos, o contadas palabras:

> *Isabel: Yo aprendí a leer y escribir cuando una señorita que iba a la escuela donde cerca vivían mis abuelos, que era en el campo campo, ella le dijo a mi papá que mandara, eh… que me prestara para que yo la acompañe a la hermana de ella que era una viejita, era una monja viejita. Las dos eran solteras, pero ella era maestra, y la hermana quedaba solita en la casa todo el día, y quería que yo le haga compañía, entonces ella me decía, me enseñaba.*
>
> *Isabel: (Refiriéndose a su actual empleadora) …Y siempre que yo le decía que no, que ya no iba a venir, ella siempre me decía, me regalaba un cuaderno, un libro de matemática, y me decía todas las cosas que yo tenía que hacer.*
>
> *Vicente: Lo que me decía mi patrón que, él mismo me decía: "Si vos supieras leer, serías un tipo, no sé, súper agotado" me decía, porque me decía que era muy inteligente.*

La relación con las matemáticas es también, como la relación con la escuela, fuente de numerosas (y a veces antiguas) pasiones. Algunos se avergüenzan de sus no saberes, otros en cambio están orgullosos de sus propios conocimientos matemáticos, e incluso alguno hubiera gustado enseñarlas. Sus historias de vida están atravesadas por lo que aprendieron, por lo que no aprendieron, por lo que quieren aprender, por lo que otros saben y ellos no, por los problemas que no supieron resolver y por los que sí lograron. La relación con el saber tiene - además de una dimensión identitaria, una dimensión social.

Recursos matemáticos

Nos hemos propuesto relevar sus conocimientos sobre la numeración y las operaciones. Buscamos atrapar algunas relaciones que ponen en juego al resolver ciertas clases de problemas, algunos momentos de sus matemáticas "vivas". En ocasiones pudimos capturar sus lógicas, las teorías implícitas que ponen en acto, cómo las explicitan frente a pedidos de justificación, las contradicciones que enfrentan y cómo salen de ellas.

Todos tienen un alto grado de conciencia respecto de cuáles recursos matemáticos tienen disponibles, sobre cuáles producen errores, cuáles no dominan y desean aprender. Advertimos una amplia disponibilidad para involucrarse en nuevos desafíos, revisar conocimientos, analizar estrategias de resolución de un problema, interpretar errores, validar resultados, elaborar y explicitar conjeturas y ponerlas a prueba; es decir, para involucrarse personalmente en un proceso activo de producción y reorganización de sus conocimientos matemáticos.

Identificamos una gran variedad de recursos matemáticos que les permiten resolver problemas, algunos coincidentes con los informados en el acervo bibliográfico sobre adultos no escolarizados (Ferreiro, 1983; Block y Nemirovsky, 1988; Ávila, 1990; Soto

Cornejo y Rouche, 1995: Delprato, 2002), por ejemplo en lo relativo al cálculo algorítmico, a las escrituras aditivas, al uso de propiedades de la proporcionalidad. En otros aspectos los conocimientos relevados en nuestro estudio resultan más amplios que los ya documentados, posiblemente por tratarse de población urbana y que ha decidido asistir a la escuela.

Todos los adultos entrevistados leen y escriben convencionalmente números de varias cifras y manejan con comodidad la escritura de números "redondos". Partimos del supuesto de que encontraríamos escrituras aditivas de números y confusiones con los ceros al escribir números de varias cifras, producciones ya relevadas en niños (Lerner y Sadovsky, 1994) y en adultos (Ferreiro, 1983; Palmas, 2001). Efectivamente, muchos errores obedecen a la puesta en acto de la hipótesis implícita acerca de que la numeración escrita refleja la numeración hablada (escribir mil ocho como 10008). Otros a la confusión entre denominaciones de números redondos de un orden mayor o menor (leer 1030 como diez mil treinta confundiendo las escrituras de mil y diez mil). Hemos podido asistir a los conflictos cognitivos que los adultos enfrentan cuando entran en juego dos conjeturas que los conducen a interpretaciones o producciones diferentes y cómo avanzan hacia la escritura o interpretación convencional. Por ejemplo:

Entrevistadora: (Dictando números). Ochenta.
Vicente: Ochenta. (Escribe 80).
E: Cien.
V: (Escribe 100).
E: Ciento ocho.
V: (Escribe 108).
E: Ochocientos ocho.
V: Ochocientos ocho, ¿otro cero más? No.
E: Usted escríbalo y ahora, ahora vemos.
V: Yo creo... así, un ocho dice ahí (mientras escribe 808).
E: ¿Está seguro que es así?
V: Yo creo que lleva un cero más.
E: A ver, escríbalo abajo, y vemos.
V: Ochocientos ocho (escribe 8008).
E: Bueno, a ver, vamos a ver... Usted no sabe cuál de estos dos es el ochocientos ocho.
V: Sí, tengo dudas.
E: Tiene dudas.
V: Siempre me cuestan los ceros.
E: (...) Vamos a dejarlos un poquitito de lado, y yo le digo otros números, y a ver si eso nos ayuda. Ochocientos.
V: Ochocientos (Escribe 800).
E: Ocho mil.
V: ¿Ocho mil?
E: Sí.
V: ¿Acá? (Escribe 8000).
E: Sí. Bueno, ahora que usted ya sabe que este es el ochocientos (señalando 800), y este es el ocho mil (señalando 8000), ¿cuál de estos dos le parece que será el ochocientos ocho? ¿Este o este? (señalando 808 y 8008 escritos anteriormente por Vicente).
V: Nosotros ochocientos dijimos, ¿no?
E: Ochocientos ocho, cuando yo le pregunté cómo se escribe el ochocientos ocho, usted me dijo que dudaba entre estos dos (mostrando 808 y 8008).
V: Esta (señala 808).
E: Mm, ¿cómo hizo para estar ahora seguro?
V: Porque ahora veo que el ocho, el cero y el ocho, ¿no cierto? Y acá me ponés el ocho, el cero y el otro cero. ***Acá, en lugar del cero, iría el ocho.***
E: Ajá, ¿y entonces ese qué número sería? (señalando el 8008)

V: Eh, ocho mil ocho.
E:¿Y setecientos siete?
V: (Escribe 707).
E: ¿Siete mil siete?
V: Siete mil... siete. (Escribe 7007).

Las reflexiones de Vicente sobre la posición de las cifras le permitieron un cierto avance pero le requerirán seguir profundizando sobre este conocimiento.

Los adultos entrevistados recurren al análisis de la posicionalidad para determinar el valor relativo de las cifras frente a problemas que exigen componer o descomponer cantidades en billetes y monedas de $100, $10 y $1, conocimiento sin duda construido a través de sus interacciones sociales con el dinero. En algunas ocasiones se apoyan en aspectos relacionados con características aditivas del número (por ejemplo descomponiendo 345 en 300 + 40 + 5) y, en otras, en conceptualizaciones más relacionadas con los aspectos multiplicativos (por ejemplo afirmando que en 345 el 3 representa 3 de 100).

Entrevistadora: ¿Y si fuera esta cantidad la que tenés que pagar? Mil doscientos treinta y cinco pesos (escribiendo 1235). ¿Cuántos billetes de cien, de diez y monedas de uno usarías?
Isabel: Mil doscientos treinta y cinco. Entonces usaría, sacaría de acá, eh... doce billetes de diez... de cien, porque son mil doscientos, entonces sacaría... primero sacaría diez billetes de cien, y después sacaría dos para que sean mil doscientos. Y de acá de los... de los diez, sacaría tres billetes de diez, más cinco moneditas de un peso.
(...)
E: Sí, ¿pero cómo sabés que son doce?
I: Y porque acá dice que son doce (señalando las primeras dos primeras cifras de 1235).

Sus conocimientos sobre la posicionalidad si bien posiblemente fueron construidos a partir de la interacción con el dinero no se circunscriben a dicho contexto aunque recurran espontáneamente a él:

Entrevistadora: Si quiero pasar de trescientos sesenta y seis a trescientos sesenta (escribiendo ambos números).
Isabel: Le sacamos los seis.
E: Y si quiero pasar a trescientos seis...
I: Le sacamos los sesenta.
E: ¿Cómo le explicarías vos eso que te acabás de dar cuenta? ¿Cómo le explicarías a otro compañero para que él sepa por qué a veces le sacás seis, y a veces le sacás sesenta?
I: Claro, le explicaría que estos son trescientos sesenta y seis pesos ¿no?, y que este seis vale por seis pesos, y este vale por sesenta (señalando, respectivamente, el 6 de unidades y el 6 de decenas).

Hemos podido advertir la comodidad con la que los adultos resuelven problemas que involucran a las cuatro operaciones en sus sentidos más sencillos (unir, agregar, quitar, comparar para el campo aditivo; series proporcionales, reparto y partición para el campo multiplicativo) mientras las variables didácticas les permitan resolverlos por medio de cálculos orales (por ejemplo, con números redondos).

Isabel: (Leyendo un problema). Juanita contrató micros que pueden llevar treinta pasajeros. Y deben viajar setent... (Resolviendo) No pueden viajar... Si el micro lleva treinta pasajeros y hay setenta y tres alumnos... No pueden, hay que tener otro micro.

(...)
Docente: ¿Dos micros alcanzan?
I: No... Porque en dos micros van a ir solamente treinta y treinta, sesenta y acá tenemos setenta y seis personas, entonces necesitamos tres micros.

Descomponen y componen los números en unidades seguidas de ceros para sumar y restar en forma oral. Para estos cálculos ponen en acto de manera implícita propiedades de las operaciones y regularidades de la serie numérica escrita y hablada. Otro punto de apoyo para estos cálculos es la disponibilidad de variados repertorios de sumas memorizadas.

Docente: ¿Cómo puedo sumar mil más ochocientos más mil más ochocientos? (mientras escribe 1000 + 800 + 1000 + 800) ¿Cómo sumo?
Alicia: Ocho y ocho dieciséis.
D: Sí. ¿Cuánto es?
A: Ocho y ocho dieciséis. Y dos mil son tres mil seiscientos.

Notemos en el caso anterior cómo a pesar de sumar ochos Alicia controla que se trata de ochocientos.

Encontramos también recursos de cálculo estimativo oral en los cuales los resultados obtenidos son correctos o bien aparecen errores que obedecen a la dificultad para retener los resultados parciales. Si bien los adultos entrevistados conocen los algoritmos de suma y resta el éxito en su utilización es parcial, por ejemplo, cuando es preciso descomponer algún valor en órdenes inferiores en la resta ("pedir prestado"), o bien, cuando los dos números tienen cantidad de cifras diferentes y los encolumnan hacia la izquierda. En estas situaciones es posible advertir la labilidad de estos recursos en los que se produce una pérdida de significación, como ha sido suficientemente relevado en otros estudios (Delprato 2002, 2005; Ávila, 1990, 2003). Sin embargo, los mismos sujetos logran obtener de manera inmediata los resultados correctos por medio del cálculo mental oral.

Isabel: (Resolviendo un problema que exigía sumar 180 + 300) El martes se vendieron ciento ochenta y el jueves se vendió trescientos. Vamos. Tengo que hacer... (Colocando
180
300). Tengo el cero... y acá, ¿cómo hago? Porque no puedo sumar el cero.
Docente: ¿Por qué?
I: Porque el cero es cero.
D: Pero, ¿tenés que sumar qué?
I: Tengo que sumar que se vendió el martes ciento ochenta y el jueves se vendió trescientos. Entonces, ¿qué tengo que hacer? Sumar. Estos son trescientos, y ¿cómo voy a sumar? ¿Voy a poner ocho acá? ¡¡No!!
(...)
D: ¿Y de qué otra forma podés pensar ciento ochenta más trescientos? ¿Vos podrías calcularlo sin hacer la cuenta? ¿Mentalmente?
I: Ciento ochenta más trescientos, serían cuatrocientos ochenta.
D: ¿Por qué?
I: Y porque tengo trescientos más ciento ochenta, da cuatrocientos ochenta. Porque del cientos ochenta saco cien y le pongo al trescientos son cuatrocientos y después le pongo los ochenta.

Si bien a priori casi todos dicen no conocer la multiplicación y la división, frente a situaciones problemáticas sencillas presentadas de manera oral y en el contexto del dinero, elaboran de manera inmediata y exitosa recursos para multiplicar o dividir números redondos de varias cifras por medio de descomposiciones y composiciones aditivas.

> *Claudio: Casi nunca trabajé con divisiones.*
> *Entrevistadora: Y si yo te dijera por ejemplo que tenés diez cosas para repartir entre los dos, diez pesos para repartir entre los dos, ¿cuánto para cada uno?*
> *C: Ah, sería cinco.*
> *E: Sería cinco.*
> *C: Si era diez pesos, cinco.*
> *E: ¿Y si tengo cien pesos para dividir entre los dos?*
> *C: Cincuenta.*
> *E: Cincuenta a cada uno. ¿Y si tengo mil pesos para repartir entre los dos?*
> *C: Quinientos.*
> *E: ¿Y si tengo mil quinientos pesos para repartir entre los dos?*
> *C: Setecientos cincuenta.*
> *E: ¿Y si tengo setecientos cincuenta para repartir entre tres?*
> *C: Entre tres, uh... (piensa....), ¿doscientos cincuenta?*

Nuevamente el cálculo mental y el contexto del dinero son puntos de apoyo para resolver una gama de situaciones problemáticas.

Para resolver situaciones que involucran relaciones de proporcionalidad directa con números redondos de dos o tres cifras, hemos encontrado, en concordancia con otros estudios (Soto y Rouche, 1995), que averiguan la constante de proporcionalidad o usan relaciones escalares –tanto haciendo dobles o triples como sumando las cantidades correspondientes a datos de ambas variables para determinar una tercera–.

Si bien no pretendemos generalizar que estos conocimientos estarían disponibles en todos los sujetos adultos poco escolarizados o no escolarizados de la Ciudad de Buenos Aires es posible pensar que existirían otros adultos con niveles próximos de conocimientos.

Estos resultados y nuevos estudios podrían ser puntos de partida para el diseño y estudio de situaciones de enseñanza dirigidas al establecimiento de puentes entre los conocimientos relevados y la enseñanza escolar sistemática.

La complementariedad de dos perspectivas teóricas

Desde las perspectivas teóricas mencionadas se reconoce al sujeto que aprende como alguien que enfrentado a ciertas situaciones elabora conocimientos propios transformándose a sí mismo y transformando el mundo que lo rodea. El sujeto de nuestra investigación construye tanto conocimientos matemáticos - en interacción con los problemas que enfrenta -, como significados personales a sus matemáticas - en interacción con su historia de vida -. Veamos dos ejemplos de la complementariedad de ambos enfoques en nuestro estudio.

Ya citamos el ejemplo en el cual a Isabel se le presenta un conflicto al tener que resolver un cálculo algorítmico cuando intenta sumar 8 y 0 decenas, y cómo - unos segundos después - resuelve ese mismo cálculo por medio del cálculo mental realizando composiciones y descomposiciones aditivas. Hemos podido advertir en nuestros datos que Isabel casi siempre apela al cálculo mental oral en entrevistas y al cálculo algorítmico en clases. Nos hemos preguntado por qué si Isabel despliega exitosamente una serie de recursos vinculados con el cálculo mental oral en el campo aditivo, en las clases utiliza en muchas ocasiones el cálculo algorítmico con las dificultades que le presenta. Hemos descartado aquellas hipótesis centradas en la exigencia escolar ya que la docente no propuso la enseñanza ni el uso de algoritmos de cálculo. El análisis realizado de sus relaciones con el saber, con el aprender y con la escuela ofrece alguna luz.

Sus ganas –antes referidas– de ser alumna muñidas de sus representaciones de la matemática escolar estarían traccionando hacia prácticas escolares más algorítmicas, en oposición a las prácticas matemáticas de uso social de las que ya dispone. Creemos que en clase tiende a usar el algoritmo escrito porque está comportándose como la alumna que quiere ser. Relevamos en las entrevistas que para Isabel no tienen valor los conocimientos aprendidos sin esfuerzo, sin asimetría entre docente y alumno (como ella dice "en la calle"). Isabel sabe que los cálculos algorítmicos son marcas de saber escolar y –a pesar de algunos fracasos en la obtención de resultados– está dispuesta a convertirlos en objeto de estudio. Isabel nos explica de alguna manera cuál es para ella el valor de escribir los cálculos frente a un problema en el aula para el cual le sobran recursos para resolverlo en forma oral y de manera directa:

> I: *Marta alquiló dos películas de oferta, entonces, dos más dos cuatro. Marta alquiló dos películas de oferta y un estreno.* Pero yo tengo que anotar, tengo que ser más inteligente.

Otro ejemplo de cómo el estudio simultáneo de las dos perspectivas nos ha resultado enriquecedor es el de la multiplicación para Claudio. Asistimos a un proceso de ampliación de conocimientos sobre esta operación. Pero el análisis de su relación con el saber es la que nos permite atrapar el significado que Claudio le otorga a este nuevo conocimiento.

Hace avances importantes en torno a sus conocimientos sobre la multiplicación, tanto en lo que refiere al reconocimiento de esta operación para resolver problemas de series proporcionales y de producto de medidas (Vergnaud, 1991), como a las estrategias de cálculo. Inicialmente utiliza la suma y el conteo (de 3 en 3, en este caso) para calcular el material necesario para revocar una pared:

> E: Y, por ejemplo, vamos a suponer que esta pared tuviera, qué sé yo, no sé cuanto tendrá, ¿cinco metros así? (Señalando el largo de la pared).
> C: Y sí... cinco metros.
> E: ¿Y de alto? ¿La de ladrillo cuánto tendrá?
> C: Y de alto debe tener dos metros veinte (piensa un ratito...) dos metros ochenta ponele.
> E: Y entonces vos, después, hacés el cálculo, ¿qué cálculo harías para saber? Porque ya hiciste que es cinco y dos con ochenta.
> C: Y sí, y bueno *y de ahí voy por metro. Cuántos metros, ponele, en el metro me entran tres baldes, y de ahí ya voy sacando, ponele: tres, tres, tres, tres. Ya ahí tengo tres, seis, nueve... (retomando) nueve, doce. (Contó cuatro veces 3, en lugar de 5 veces 3). Y acá abajo tengo doce y doce son veinticuatro (por el segundo metro de altura de los 2,80). Y ahí tengo que sacar los ochenta e ir poniéndole cuánto...*

Unos días después en una clase una alumna usa el símbolo de la multiplicación y la maestra lo pone en circulación y Claudio dice que no sabía para qué servía a pesar de haberlo visto en la calculadora. Dos semanas después identifica frente a un problema que puede resolverse por medio de un cálculo multiplicativo y enuncia incluso en qué condiciones se puede multiplicar: si las sumas son "parejas".

> *Entrevistadora: ¿Y te enseñó alguien a usar la calculadora?*

Claudio: Un amigo, bah, me dijo cómo, qué es lo que era uno, y, o sea con cuál se sumaba, qué es lo que tenía que apretar, en la calculadora, y bueno después el teléfono, jugando, la aprendí cómo era, con qué se sumaba, con qué esto. Y bueno y... y así fui aprendiendo. Y bueno y ***ahora cuando vine este... cuando empecé a venir a la escuela acá aprendí un poco a, con la... a buscar las multiplicaciones*** *en el... de la calculadora del teléfono. Y así despacito vamos aprendiendo.*

E: ¿Y para qué usaste, te acordás, las multiplicaciones?

C: Y las multiplicaciones el otro día cuando estuvimos haciendo que, acá en el colegio, el otro día la usé en el... en uno de los papeles[5] *que estábamos haciendo que eran... eran... algo de seis, seis, tres paquetes de salchichas por seis, y bueno sacaba la cuenta y... seis por tres me daba dieciocho.*

5. Se refiere a las fotocopias con problemas y cálculos que su maestra les reparte.

E: Y la cuenta de multiplicar con la calculadora, ¿la habías usado también fuera de la escuela o aprendiste acá?

C: Eh, acá, acá, más de... siempre de eso acá, porque ***en otro lado siempre da suma, sumar y sumar*** *y nunca, nunca* ***todas mis sumas que yo hacía nunca eran parejas*** *para sacar el... para sacar suponete si eran tres... cinco boletas de veinte pesos podés poner veinte por cinco y ya te larga el, los cien.*

Y en la misma entrevista:

E: Ya sabemos que esto (el largo de una pared dibujada) mide ocho metros, ya sabemos que esto(el alto de la pared del dibujo) mide tres. Y vos me decís que para uno (un metro) hace falta tres (baldes de arena). Y para toda esta fila me decís que hacen falta nueve, ¿no? (anotando el 9 en la primera fila)

C: Sí.

E: Para todo esto hace falta nueve bolsas de arena. ¿Hay algún otro cálculo que te permita resolver cuánto hay para todo?

C: Y cómo y... ¿cómo otro cálculo?

E: Vos me dijiste nueve más nueve, y después le sumaste dieciocho. Si quisieras averiguar todo, todo vos harías nueve más nueve, y te da dieciocho, le sumás dieciocho más...(retomando sus propios cálculos)

C: Hay otra forma de hacer... Contá uno, dijimos ocho, ocho, ocho. Más ocho serían... dieciocho. Ocho más ocho es dieciséis, y más ocho serían... veinticuatro (por el total de cuadraditos del rectángulo de 3 x 8). Y bueno da veinticuatro. Bueno ya sabemos que tengo doce, veinticuatro metros, y ahí de veinticuatro digo bueno, por tres, vamos a suponer hago un metro por tres, sumo por tres todo y... y bueno ahí me daría el cálculo. ***Ahora porque, o sea, yo siempre en el laburo a veces lo hago con la cabeza o a veces voy escribiendo así, pero en otra forma, si es un tipo que sabe te va a decir así como yo te digo, así, va a sacar la calculadora y te lo va a sumar por tres, doce, veinticuatro metros por tres nomás lo va a hacer y ya le va a dar el cálculo.***

(...)

E: Ajá, pero vos ahora también sabés que se puede multiplicar.

> *C: Así sí, y bueno eh... sé que se puede multiplicar viniendo a la escuela... ahora que estoy aprendiendo.*

Nos hemos referido ya a cómo para Claudio hay dos mundos: el mundo del trabajo y el mundo de la escuela. Su separación inicial entre las matemáticas del campo (que siente que domina) y las matemáticas escolares o urbanas (de las que considera que nada sabe pero que creía no precisar) empieza a romperse. Este es un ejemplo de cómo se transforma para el propio sujeto su relación con el saber a partir de ampliar sus conocimientos. Ahora Claudio afirma que quien sabe mucho puede multiplicar para resolver este problema, y él ya sabe que se puede multiplicar porque está viniendo a la escuela.

Claudio está aprendiendo a multiplicar, pero mientras aprende a multiplicar se transforma a sí mismo (empieza a poder ser él también un "tipo que sabe"), transforma su vínculo con la escuela (allí también se enseñan cosas que sirven para el mundo del trabajo) y su vínculo con otros (ahora él, como su compañero de trabajo, podrá multiplicar).

La complementariedad de la mirada de su relación con el saber y de sus conocimientos matemáticos nos permitió comprender el sentido que Claudio otorga a la multiplicación.

Reflexiones sobre la enseñanza de la matemática a jóvenes y adultos

Hemos documentado algunos conocimientos disponibles de los sujetos adultos desde sus primeros días de clase de primer ciclo de la escuela primaria; creemos que los datos son suficientes para discutir la necesidad de una comunicación directa de cada número o de cada porción de la serie numérica como si no los conocieran. Sus recursos sobre el valor posicional del sistema de numeración y sobre el cálculo muestran también la innecesariedad de presentar las reglas del sistema de numeración o las estrategias de cálculo como objetos nuevos. Los argumentos elaborados en diversos trabajos que discuten las ideas centrales de la enseñanza clásica de la numeración a niños pequeños a la luz de las investigaciones psicológicas y didácticas (Lerner, 1992; Lerner y Sadovsky, 1994; Quaranta, Tarasow y Wolman, 2003) resultan absolutamente generalizables para la población adulta.

En oposición a las perspectivas tradicionales de enseñanza de las matemáticas señalamos la importancia de que los adultos puedan usar sus conocimientos construidos fuera de la escuela para reconocerlos, para valorarlos, para analizar las propiedades que usan implícitamente, y también para ampliar los límites de los mismos.

Nuestros datos permiten también discutir los límites de las producciones curriculares y propuestas de enseñanza que se apoyan explícitamente en la idea de seleccionar, entre los contenidos matemáticos, solamente aquellos que son útiles para la vida cotidiana o que están ligados a los ámbitos laborales de los alumnos, dejando de lado otros recortes de las matemáticas por no cumplir con estas condiciones de aplicabilidad extraescolar.

Hemos visto que los adultos no asisten a la escuela solamente para aprender a resolver aquellas clases de problemas útiles o cotidianos. El sentido de un conocimiento aprendido no está necesariamente ligado a su aplicabilidad o utilidad externa; puede estar en el significado de ese conocimiento para el sujeto que aprende, desde una perspectiva interna. Ir a la escuela, estudiar, aprender ayuda a reposicionarse como sujeto en el mundo, en el trabajo, en la familia y permite transformar la imagen de sí mismos. Las matemáticas escolares involucran aspectos formativos de más largo alcance que la practicidad.

Una enseñanza que presenta directamente el saber formalizado y no contempla las matemáticas extraescolares ni instala un trabajo productivo por parte de los alumnos puede favorecer la expulsión de la escuela o instalar un rechazo por las matemáticas.

Y una enseñanza que aborda exclusivamente las matemáticas "prácticas", niega a los alumnos porciones de saberes desconocidos y desafiantes con el riesgo de pauperizar la enseñanza de las matemáticas y fortaleciendo una escisión discriminante: matemáticas "cultas" para las clases medias o altas y matemáticas "prácticas" para los sectores populares.

Los propios entrevistados nos explican los límites de su mundo laboral o cotidiano al pensar en las matemáticas escolares:

> *Vicente: Sabe qué, yo tengo miles de problemas, pero yo los problemas los dejo abajo. Cuando bajo, los agarro y los llevo de vuelta. No los traigo acá, porque acá vengo a estudiar, a aprender.*
>
> *Julia: No sé si eso es álgebra o qué es eso, o es quebrar, no sé, no entiendo, pero la cosa es que eso quisiera aprender más, no estar todo oculto detrás mío, no sé nada de eso.*
>
> *Vicente: Quiero aprender todo, lo máximo, lo máximo.*
>
> *Alicia: Esta clase me gusta, me gusta, o sea, me gusta más. Por ahí estamos leyendo y me pierdo, pero en la matemática estoy ahí y no escucho nada, estoy sola ahí (con expresión de concentración).*

Como señala Charlot (1991) el sentido de los conocimientos puede ser pensado desde el desafío que provoca y desde el placer de los logros obtenidos. Nuestros datos reflejan tanto el disfrute frente al problema resuelto o a la nueva relación producida como los efectos en la transformación subjetiva y relacional. Ambas cuestiones son, desde nuestro punto de vista, constitutivas del "sentido" de aprender matemática.

Un proyecto democratizador del acceso a la educación y de distribución igualitaria del saber requiere sin duda acciones específicas diferenciadas para los sectores que han estado excluidos de la escuela. Los varios millones de jóvenes y adultos[6] que no han completado la escuela primaria en nuestro país han sido víctimas de un doble abandono: la intervención del Estado fue insuficiente para incorporarlos o retenerlos en el sistema educativo cuando eran niños, y ahora las acciones educativas dirigidas a ellos también lo son[7].

Sigue siendo urgente asumir en la escala de la política educativa pública la responsabilidad de generar dispositivos sistemáticos y diversos para convocar a muchos más adultos a la escuela y, una vez en ella, ofrecer una enseñanza de calidad poniendo a disposición las condiciones necesarias para que aprendan y gocen del ejercicio pleno de su derecho a la educación.

6. Según el censo 2001 hay 4,5 millones de personas en nuestro país mayores de 15 años que no han terminado la escuela primaria. (www.indec.gov.ar, fecha de consulta: 24/01/12)

7. La matrícula nacional de jóvenes y adultos que cursan actualmente la escuela primaria es menor a 250.000 (www.me.gov.ar, fecha de consulta: 1/8/11), es decir que cubre aproximadamente el 5% de la matrícula potencial.

Bibliografía

» Artigue, M. (1986). "Epistemología y Didáctica", en *Recherches en Didactique des Mathematiques 10*. Traducción en versión mimeo, PTFD, Ministerio de Cultura y Educación de la Nación.

» Ávila, A. (1990). "El saber matemático de los adultos analfabetos. Origen y desarrollo de sus estrategias de cálculo", en *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos,* vol XX, 3, 55-95. México DF.

» ——— (2003a). "Cálculo escrito y pérdida de significación" en *Revista Decisio. Saberes para la acción en Educación de Adultos*. Primavera 2003, 22-26. México DF.

» ——— (2003b). "Matemáticas y educación de jóvenes y adultos", en *Revista Decisio. Saberes para la acción en Educación de Adultos*. Primavera 2003, 5-7. México DF.

» Block, D.; Nemirovksy, M. (1988). "Algunos procedimientos y representaciones de adultos no alfabetizados", en *Memorias de la Segunda Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa:* 255-261. Guatemala.

» Brousseau, G. (1986 [1993]). "Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques", en *Recherches en Didactique des mathématiques,* 2.7, 33-116. Traducción de la Universidad Nacional de Córdoba.

» ——— (2007). *Introducción a la Teoría de las Situaciones Didácticas*. Buenos Aires: del Zorzal.

» Charlot, B. (1991). "La epistemología implícita en las prácticas de enseñanza de las matemáticas". Traducción en versión mimeo de la conferencia publicada en Bkouche, R.; Charlot, B.; Rouche, N., *Faire des mathematiques: le plaisir du sens*. Paris: Armand Colin.

» ——— (1997 [2006]). *La relación con el saber. Elementos para una teoría*. Montevideo: Trilce.

» ——— (2005 [2008]). *La relación con el saber, formación de maestros y profesores, educación y globalización: cuestiones para la educación de hoy*. Montevideo: Trilce.

» Charnay, R. (1994). "Aprender por medio de la resolución de problemas", en Parra, C.; Saiz, I. (comp.), *Didáctica de las Matemáticas. Aportes y Reflexiones*. Buenos Aires: Paidós.

» Delprato, M.F. (2002). "*Los adultos no alfabetizados y sus procesos de acceso a la simbolización matemática*". Tesis de maestría en Ciencias con especialidad en investigaciones educativas. México DF: CINVESTAV.

» ——— (2005). "Educación de Adultos: ¿saberes matemáticos previos o saberes previos a los matemáticos?", en *Revista RELIME*, 8.2, 129-144.

» Ferreiro, E. (1983). *Los adultos no alfabetizados y sus conceptualizaciones del sistema de escritura*, Cuaderno DIE 10. México DF: DIE - CINVESTAV.

» García, R. (2001). "Epistemología: Raíz y Sentido de la obra de Piaget", en Castorina, A. (comp.), *Desarrollos y problemas en Psicología Genética*. Buenos Aires: Eudeba.

» Lerner, D.; Sadovsky, P. (1994). "El sistema de numeración, un problema didáctico", en Parra y Saiz (comp.), *Didáctica de las Matemáticas. Aportes y reflexiones*. Buenos Aires: Paidós.

» Palmas, S. (2011). *De la representación oral de los números a la escrita. Un estudio didáctico con dos adultos de baja o nula escolaridad*. Tesis de Maestría. México DF: DIE, CINVESTAV, IPN.

» Piaget, J. (1970 [1992]). *Psicología y epistemología*. Buenos Aires: Emecé.

» Quaranta, M.E.; Tarasow, P.; Wolman, S. (2003). "Aproximaciones parciales a la complejidad del sistema de numeración: avances de un estudio acerca de las interpretaciones numéricas", en Panizza, M. (comp.), *Enseñar Matemática en el Nivel Inicial y Primer Ciclo de EGB: Análisis y Propuestas*. Buenos Aires: Paidós.

» Soto Cornejo, I.; Rouche, N. (1995). "Problemas de Proporcionalidad resueltos por campesinos chilenos", en *Educación Matemática*, 1.7, 77-95. México DF.

» Vergnaud, G. (1990). "La théorie des champs conceptuels", en *Recherches en didactique des mathématiques,* 2 y 3, vol. 10, 133-170. Traducción en versión mimeo.

» Vergnaud, G. (1991). *El niño, las matemáticas y la realidad, problema de las matemáticas en la escuela*. México DF: Trillas.

Claudia Broitman

Doctora en Ciencias de la Educación (UNLP). Profesora de Didáctica de Matemática (FAHCE- UNLP). Investigadora del proyecto: "El trabajo docente en el aula multigrado de las escuelas rurales primarias", Instituto de Investigaciones en Humanidades y Ciencias Sociales, FAHCE- UNLP. Directora de Proyecto de Extensión: "Ampliar oportunidades educativas en jardines y escuelas primarias" (UNLP). Profesora en la Especialización y Maestría en Educación en Ciencias Exactas y Naturales (FAHCE- UNLP)